

Función inversa.

Definición:

Sea f una función inyectiva con dominio D y contradominio C . Una función f^{-1} con dominio C y contradominio D se llama función inversa de f si

$$f^{-1}[f(x)] = x \quad \text{para toda } x \text{ en } D$$

$$f[f^{-1}(x)] = y \quad \text{para toda } y \text{ en } C$$

Condición para la existencia de inversa:

Una función tiene inversa cuando cumple:

$$\text{Si } f(x_1) = f(x_2) \text{ entonces } x_1 = x_2$$

Ejercicio.

Determine si $f(x) = 2x + 4$ tiene inversa, si la tiene calcularla por el método analítico y graficar en el plano cartesiano.

Evaluando x_1 y x_2 se tiene que:

$$f(x_1) = 2x_1 + 4$$

$$f(x_2) = 2x_2 + 4$$

Igualando:

$$2x_1 + 4 = 2x_2 + 4$$

$$2x_1 = 2x_2$$

$$x_1 = x_2 \text{ por lo tanto tiene inversa}$$

Para determinar la función inversa de una función se cambia " x " por " y " y " y " por " x ", despejándose de esta nueva función la variable " y ", obtenemos como resultado la función inversa.

$$f(x) = y = 2x + 4$$

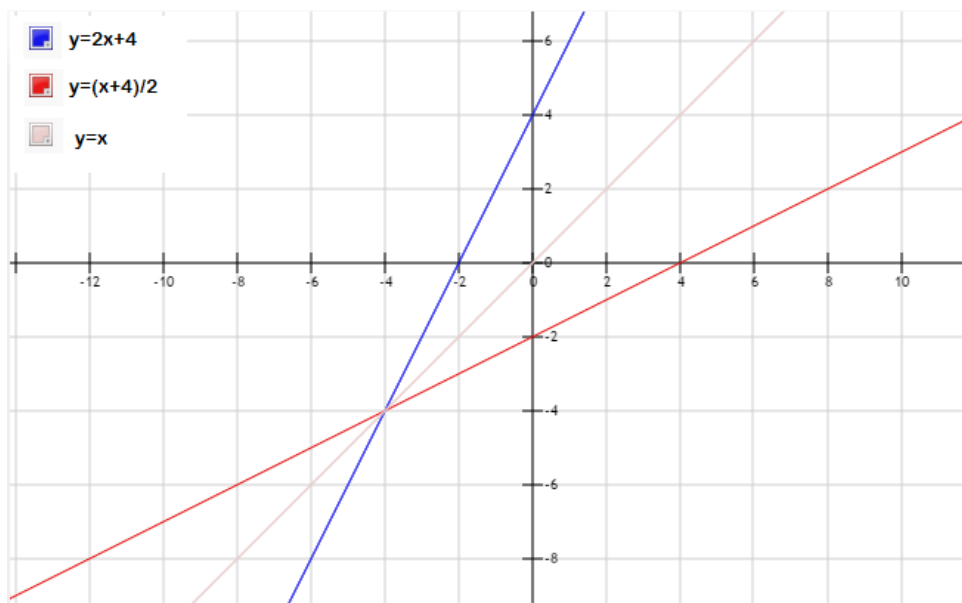
Cambiando variables $x = 2y + 4$

Despejando y: $x - 4 = 2y$

$$\frac{x - 4}{2} = y$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{2}$$

Graficamos ambas funciones:



funcion original

x	y
-3	-2
-2	0
-1	2
0	4
1	6
2	8

funcion inversa

x	Y
-3	-3.5
-2	-3
-1	-2.5
0	-2
1	-1.5
2	-1

Comprobación:

$$f[f^{-1}(x)] = f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 2\left[\frac{x-4}{2}\right] + 4 = x - 4 + 4 = x$$

$$f^{-1}[f(x)] = f^{-1}(2x+4) = \frac{2x+4-4}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

Como se llego a x la función encontrada si es la inversa.